Corrigé

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1 000 et 5 000 voitures. Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1 000 voitures. On note $r(x)$ la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de x milliers de voitures.

1. $r(1)$ est la recette correspondant à la vente de 1 000 voitures, donc 70 000 euros. Donc $r(1) = 7$.

2. On admet que, pour tout $x \in [1 ; 5]$, la recette mensuelle est modélisée par : $r(x) = 6 + x + 2\ln(x)$.

a. Pour tout $x \in [1 ; 5]$, $r'(x) = 0 + 1 + 2 \times \dfrac{1}{x} = 1 + \dfrac{2}{x} = \dfrac{x+2}{x}$.

b. Sur l'intervalle $[1 ; 5]$, $x > 0$ et $x + 2 > 0$ donc $r'(x) = \dfrac{x+2}{x} > 0$ donc la fonction r est strictement croissante.

3. **a.** $r(1) = 7 < 10$ et $r(5) = 6 + 5 + 2\ln(5) = 11 + 2\ln(5) \approx 14{,}2 > 10$

La fonction r est strictement croissante sur $[1;5]$.

Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $r(x) = 10$ admet une solution unique α sur $[1;5]$.

En utilisant la calculatrice, on trouve $\alpha \approx 2{,}318$.

b. Pour $x = \alpha$ donc pour une vente de 2 318 voitures, la recette est de 100 000 euros; on sait que la fonction r est strictement croissante, donc pour avoir une recette d'au moins 100 000 euros, il faut vendre plus de 2 318 voitures soit au moins 2 319..